ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

1. β, **2.** γ, **3.** α, **4.** γ, **5.** β
6. αΛ, βΛ, γΣ, δΣ, εΣ

ΘΕΜΑ 2ο

1. Σωστή είναι η πρόταση (γ).

Ισχύει:

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2 \quad ή \quad K=\frac{1}{2}(mr)^2\cdot\left(\frac{\upsilon}{r}\right)^2 \quad ή \quad K=\frac{1}{2}mr^2\cdot\frac{\upsilon^2}{r^2} \quad ή \quad K=\frac{1}{2}m\upsilon^2$$

2. α. Αν μετά την κρούση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούνται με ταχύτητες $\vec{\upsilon}\,'_1$ και $\vec{\upsilon}\,'_2$, αντίστοιχα, τότε πρέπει να ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{\upsilon}\,'_1=\vec{\upsilon}_2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \vec{\upsilon}\,'_2=\vec{\upsilon}_1 \quad (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)}=\vec{p}_{ολ(μετα)} \quad ή \quad m_1\vec{\upsilon}_1+m_2\vec{\upsilon}_2=m_1\vec{\upsilon}\,'_1+m_2\vec{\upsilon}\,'_2 \quad \text{ή, λόγω των (1) και (2),}$$

$$m_1\vec{\upsilon}_1+m_2\vec{\upsilon}_2=m_1\vec{\upsilon}_2+m_2\vec{\upsilon}_1 \quad ή \quad m_1(\vec{\upsilon}_1-\vec{\upsilon}_2)=m_2(\vec{\upsilon}_1-\vec{\upsilon}_2) \quad \text{ή, επειδή } \vec{\upsilon}_1\neq\vec{\upsilon}_2,$$

$$m_1=m_2 \qquad (3)$$

β. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων πριν από την κρούση είναι:

$$K_{ολ(πριν)}=K_1+K_2 \quad ή \quad K_{ολ(πριν)}=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \quad \text{ή, λόγω της (3),}$$

$$K_{ολ(πριν)}=\frac{1}{2}m_1(\upsilon_1^2+\upsilon_2^2) \qquad (4)$$

Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση είναι:

$$K_{ολ(μετα)}=K'_1+K'_2 \quad ή \quad K_{ολ(μετα)}=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \quad \text{ή, λόγω των (1) και (2),}$$

$$K_{ολ(μετα)} = \frac{1}{2} m_1 υ_2^2 + \frac{1}{2} m_2 υ_1^2 \quad \text{ή, λόγω της (3),}$$

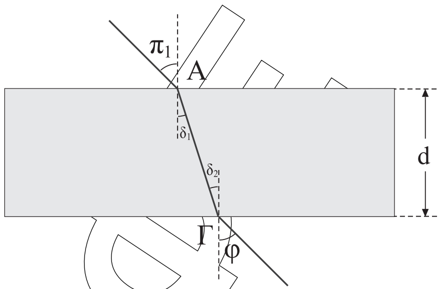
$$K_{ολ(μετα)} = \frac{1}{2} m (υ_1^2 + υ_2^2) \qquad (5)$$

Από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει ότι:

$$K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετα)}$$

Άρα, **η κρούση είναι ελαστική**.

3.



α. Κατά τη διάθλαση στο σημείο Α έχουμε:

$$\frac{ημπ_1}{ημδ_1} = n \quad \text{ή} \quad ημδ_1 = \frac{ημπ_1}{n} \quad \text{ή} \quad ημδ_1 = \frac{ημ45^o}{n} \quad \text{ή, επειδή } δ_1 = δ_2 \text{,}$$

$$ημδ_2 = \frac{ημ45^o}{n} \qquad (1)$$

Κατά τη διάθλαση στο σημείο Γ, η κρίσιμη γωνία είναι:

$$ημθ_{cr} = \frac{1}{n} \qquad (2)$$

Επειδή είναι $ημ45^o < 1$, από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$ημδ_2 < ημθ_{cr} \quad \text{ή} \quad δ_2 < θ_{cr}$$

Άρα, η ακτίνα θα εξέλθει από την πλάκα χωρίς να υποστεί εσωτερική ανάκλαση.

β. Ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{ημπ_1}{ημδ_1} = n, \quad \frac{ημφ}{ημδ_2} = n \quad \text{και} \quad δ_1 = δ_2$$

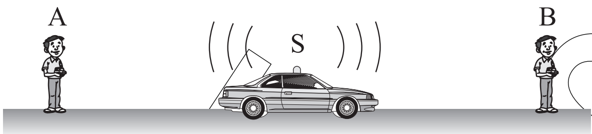
Άρα, έχουμε:

$$ημφ = ημπ_1 \quad \text{ή} \quad φ = π_1$$

Επομένως, η προσπίπτουσα και η εξερχόμενη ακτίνα είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 3ο

α. Έστω f_S η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα του περιπολικού και f_B η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής *Β*. Επειδή ο παρατηρητής *Β* ακούει ήχο βαρύτερο από αυτόν που ακούει ο παρατηρητής *Α*, θα είναι $f_A > f_B$. Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση μεταξύ της πηγής και παρατηρητή *Α* μειώνεται ($f_A > f_S$), ενώ η απόσταση μεταξύ της πηγής και παρατηρητή *Β* αυξάνεται ($f_B < f_S$). Άρα, ***το περιπολικό κινείται προς τον παρατηρητή Α***.



β. Αν το περιπολικό ήταν ακίνητο (ακίνητη πηγή), οι ακίνητοι παρατηρητές *Α* και *Β* θα άκουγαν τη συχνότητα f_S του ήχου της πηγής, δηλαδή:

$$f'_A = f'_B = f_S$$

Η συχνότητα f_A του ήχου που ακούει ο παρατηρητής *Α* δίνεται από τη σχέση:

$$f_A = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_S} f_S \quad \text{ή} \quad f_S = \frac{\upsilon - \upsilon_S}{\upsilon} f_A \quad \text{ή} \quad f_S = 400 \text{ Hz}$$

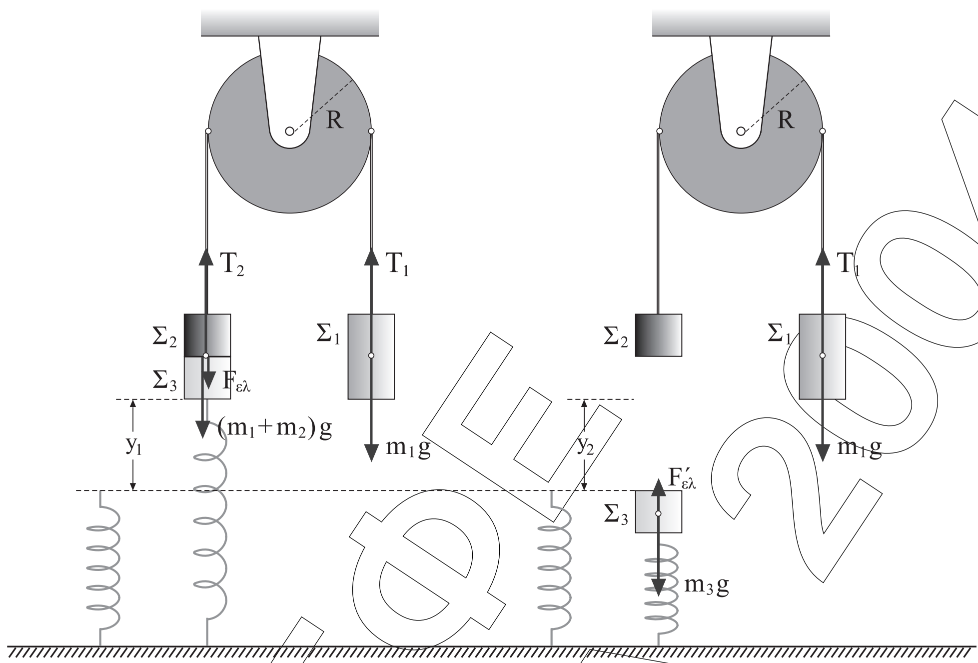
Άρα, είναι:

$$\boldsymbol{f'_A = f'_B = 400 \text{ Hz}}$$

γ. Επειδή το περιπολικό (η πηγή) απομακρύνεται από τον ακίνητο παρατηρητή *Β*, η συχνότητα του ήχου που ακούει είναι:

$$f_B = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_S} f_S \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{f_B = 377{,}8 \text{ Hz}}$$

ΘΕΜΑ 4ο



α. Από την ισορροπία του σώματος έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad w_1 = T_1 \quad \text{ή} \quad T_1 = m_1 g \quad \text{ή} \quad T_1 = 40\,\text{N}$$

Από την ισορροπία του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad T_2 = w_2 + w_3 + F_{ελ} \quad \text{ή, επειδή } T_1 = T_2\,, \quad T_1 = w_2 + w_3 + K y_1 \quad \text{ή}$$

$$y_1 = \frac{T - w_2 - w_3}{K} \quad \text{ή} \quad y_1 = 0{,}1\,\text{m}$$

Έστω y_2 η συσπείρωση του ελατηρίου, όταν το σώμα Σ_3 μόνο του ισορροπεί. Ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad w_3 = K y_2 \quad \text{ή} \quad m_3 g = K y_2 \quad \text{ή} \quad y_2 = \frac{m_3 g}{K} \quad \text{ή} \quad y_2 = 0{,}1\,\text{m}$$

Άρα, το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 είναι:

$$A = y_1 + y_2 \quad \text{ή} \quad A = 0{,}2\,\text{m}$$

Έστω φ_0 η αρχική φάση της ταλάντωσης του συστήματος. Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Θέτοντας $t = 0$ και $y = A$, παίρνουμε:

$$A = A\eta\mu\varphi_0 \quad \acute{\eta} \quad \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \quad \acute{\eta} \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{K}} \quad \acute{\eta} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \quad \acute{\eta} \quad T = \frac{\pi}{5}\,\mathrm{s}$$

Άρα, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$y = 0,2\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \acute{\eta} \quad y = 0,2\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \acute{\eta} \quad y = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \; \text{(S.I.)}$$

β. Έστω a_{cm} το μέτρο της επιτάχυνσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας:

για το Σ_1: $\quad w_1 - T_1' = m_1 a_{cm} \quad \acute{\eta} \quad T_1' = w_1 - m_1 a_{cm}$

για το Σ_2: $\quad T_2' - w_2 = m_2 a_{cm} \quad \acute{\eta} \quad T_2' = w_2 + m_2 a_{cm}$

για την τροχαλία: $\quad RT_1' - RT_2' = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \acute{\eta}$

$$R(w_1 - m_1 a_{cm}) - R(w_2 + m_2 a_{cm}) = \frac{1}{2}mR^2\frac{a_{cm}}{R} \quad \acute{\eta}$$

$$m_1 g - m_1 a_{cm} - m_2 g - m_2 a_{cm} = \frac{m a_{cm}}{2} \quad \acute{\eta} \quad a_{cm} = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2m_1 + 2m_2 + m} \quad \acute{\eta}$$

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a_{cm} - m_2 a_{cm} + \frac{m a_{cm}}{2} \quad \acute{\eta} \quad a_{cm} = 2,5\,\mathrm{m/s^2}$$

Είναι:

$$a_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R \quad \acute{\eta} \quad \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} \quad \acute{\eta} \quad \alpha_{\gamma\omega\nu} = 12,5\,\mathrm{rad/s^2}$$

Άρα:

$$w = \alpha_{\gamma\omega\nu}t \quad \text{ή, επειδή } t = \frac{T}{4}, \quad w = 12,5\,\frac{\pi}{20} \quad \acute{\eta} \quad w = \frac{5\pi}{8}\,\mathrm{rad/s}$$

γ. Είναι:

$$L = L_{\Sigma_1} + L_{\Sigma_2} + L_{\tau\rho o\chi} \quad \acute{\eta} \quad L = m_1 UR + m_2 UR + I\omega' \quad \acute{\eta}$$

$$L = m_1 a_{cm} tR + m_2 a_{cm} tR + \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}t \quad \acute{\eta} \quad L = 4 + 2 + 2 \quad \acute{\eta} \quad L = 8\,\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}$$